



Pembimbing :
Endarko, Ph.D

Dr.rer.nat., Bintoro A.Subagyo

Analisis Metode Lintasan Feynman pada Interferensi 1, 2, 3 dan 4 Celah

Mahendra Satria H

1112201021

Diambil dari Jurnal Utama ...

1 dan 2 Celah

arXiv:1110.2346v2 / EJP, 14 March 2012

“Feynman Integral and one/ two slits electrons diffraction”

Mathieu Beau, Tony Dorlas

(STP - Dublin Institute of Advance Studies, Ireland)

Phys.Rev.Lett.113, 120406, 19 Sept 2014

3 Celah

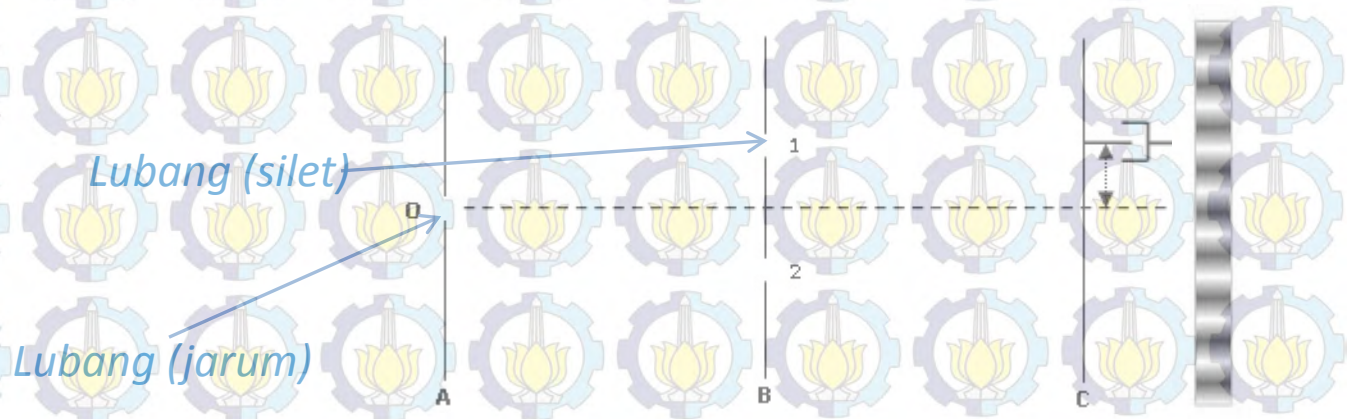
“Nonclassical Paths in Quantum Interference Experiments”

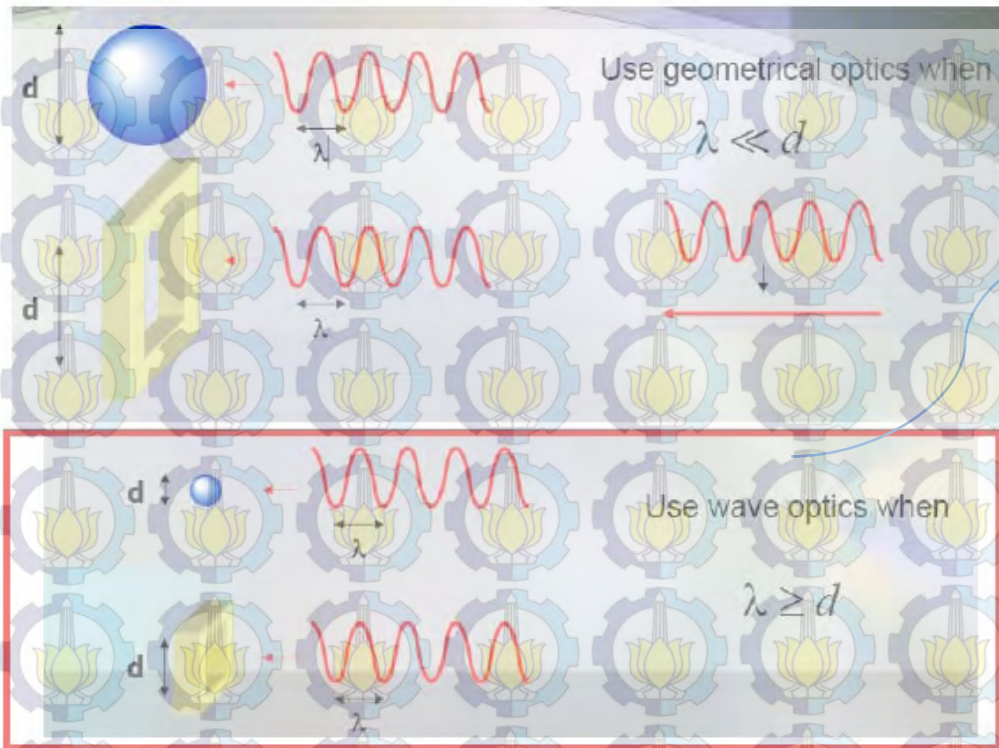
Sawant, R., Samuel, J., Aninda Sinha., Supurna Sinha., Urbasi Sinha
(Raman Research Institute, India., HEP Institute, India., IQC Canada)

Thomas Young (1773-1829)

Menunjukkan eksperimen terkenalnya yaitu difraksi celah ganda menggunakan sumber *sinar monokromatik*, sinar tersebut masuk melalui 2 celah sempit dan diteruskan sampai ke layar, dimana eksperimen tersebut memperlihatkan pola interferensi (terang-gelap) pada layar.

Eksperimen ini merupakan teori tentang cahaya dan materi (wave-particle dualism), dimana tidak bisa dijelaskan secara bersamaan dari fenomena difraksi celah ganda tersebut, bergantung pada tinjauannya.





Lih Y. Lin, http://www.ee.washington.edu/people/faculty/lin_lih/EE485/

Diterapkan konsep mekanika kuantum untuk mendeskripsikan eksperimen ini, salah satu diantaranya adalah fenomena perjalanan partikel terhambur, misalnya elektron atau foton.

Teori Gelombang (Klasik)

Untuk tinjauan kuantum,

Bagaimana menghitung distribusi probabilitas partikel/intensitas yang mungkin untuk 1, 2, 3 dan 4 celah sebagai representasi dari pola interferensi yang terdeteksi pada layar dengan metode lintasan Feynman ?

Thn 1951

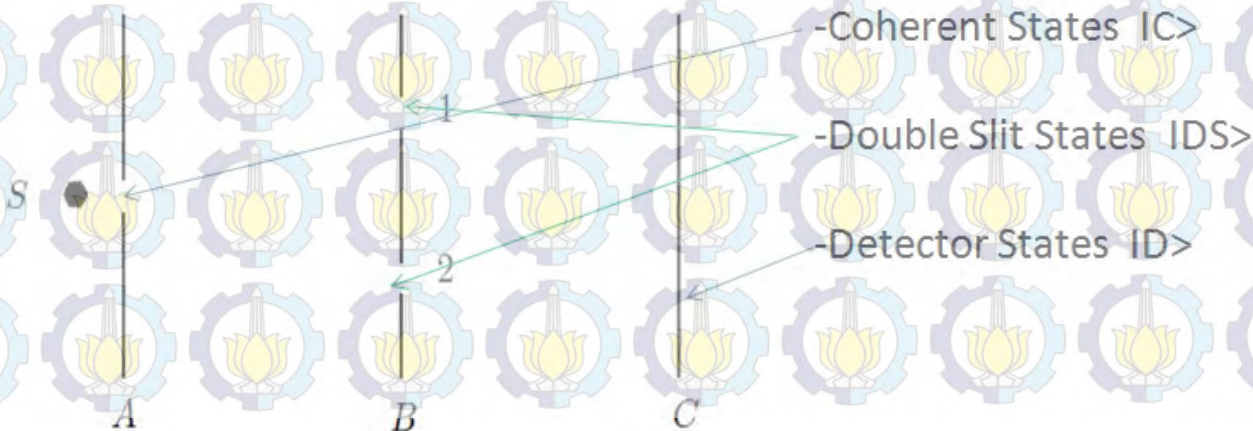
Mengapa ?

**Metode pendahulunya
Bagaimana ?**

Kelebihan (spesifik) ?

Metode Konvensional/ Klasik

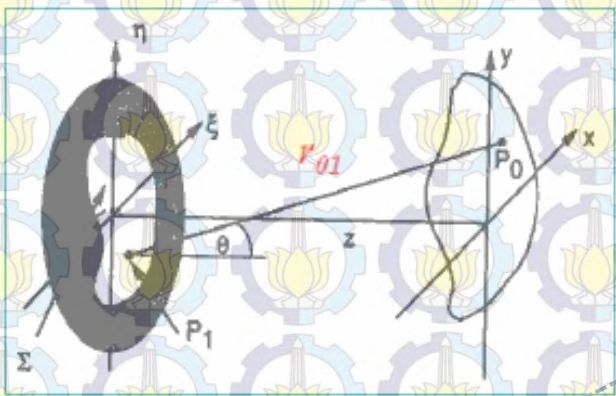
1. Konsep mekanika kuantum yang rumit (*Optika Gelombang, Prinsip Huygens-Fresnel*),
2. Berdasar *Aturan Born*, Probabilitas dari fungsi gelombang kompleks → Pola Interferensi dari partikel terhambur,
3. Tidak Bergantung pada lebar dari sumber dan jarak antara celah dan layar
4. Menggunakan Prinsip Superposisi, Intensitas $I = P = |A_1 + A_2|^2$, dimana A_1 dan A_2 adalah amplitudo masing-masing celah.



Interferensi dalam Tinjauan Klasik

Teori Gelombang Klasik
(Prinsip Huygens-Fresnel)

$$\psi(P) = A \frac{\exp[-i(\omega t - kr_0)]}{r_0} \int_S \frac{\exp(iks)}{s} K(\chi) dS \rightarrow U(P_0) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(P_1) \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} \cos \theta ds$$



$$U(x, y) = \frac{z}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(\xi, \eta) \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}^2} d\xi d\eta$$

Fase gel. datang

$$r_{01} = \sqrt{z^2 + (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} \leftarrow \exp\left[j \frac{k}{2z} (x^2 + y^2)\right]$$

Teori Difraksi Rayleigh-Sommerfeld

(Persm. Gel dari teori elektromagnetik cahaya)

$$\psi(P) = -\left(\frac{ia}{\lambda}\right) \iint_A \left[\frac{\exp(ikr)}{r} \right] \left[\frac{\exp(iks)}{s} \right] \cos(n, s) dS$$

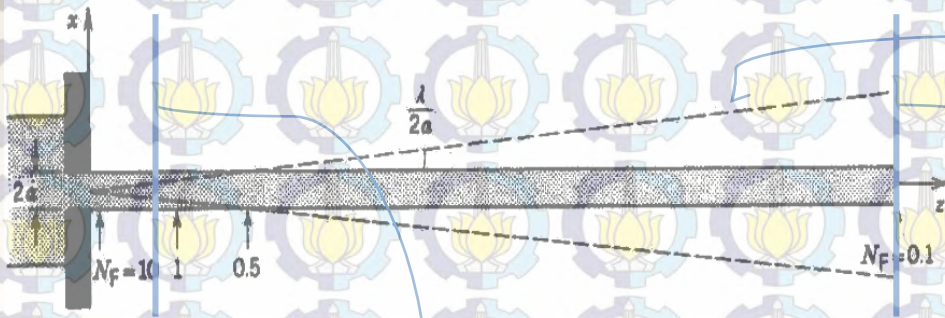
Teori Difraksi Fresnel-Kirchoff

(Solusi utama dari teori elektromagnetik cahaya)

$$K(\chi) = (1 + \cos \vartheta)/2. \quad K(0) = 1 \text{ penjalaran gelombang maju,} \\ K(\pi) = 0 \text{ penjalaran gelombang pantul}$$

muka Gel. Sferis

Difraksi Fresnel (Apertur Persegi)



Lebar difraksi Fraunhofer

Dipilih Pendekatan

Augustin Jean Fresnel (1788-1827)

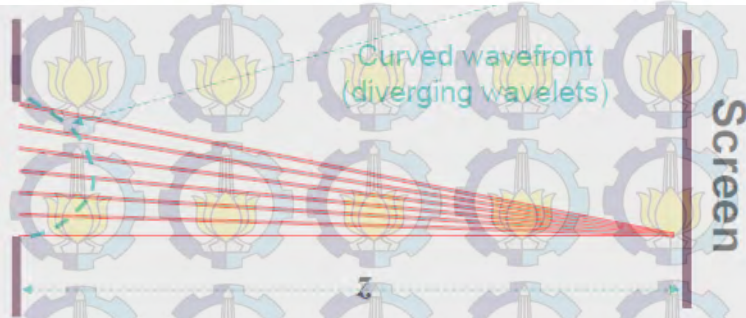
(Teori Difraksi dan Cahaya)

- Difraksi medan dekat (near-field)
- Bentuk muka gelombang lengkung (curved)
- N_F (Fresnel Number) $\gg 1$

Josef von Fraunhofer (1787-1826)

(Pengembangan Difraksi Grating)

- Difraksi medan jauh (far-field)
- Bentuk muka gelombang datar (plane)
- N_F (Fresnel Number) $\ll 1$

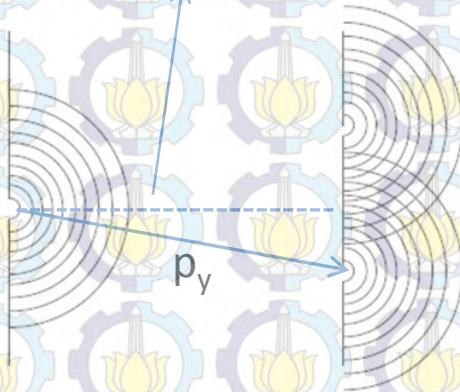


Metode Konvensional merupakan metode dengan perhitungan sangat rumit, Konsekuensi *Aturan Born* digunakan untuk mendapatkan pola interferensi partikel terhambur

$$P_k = |\langle a_k | \psi \rangle|^2$$

$$I_i \propto |\psi_i|^2$$

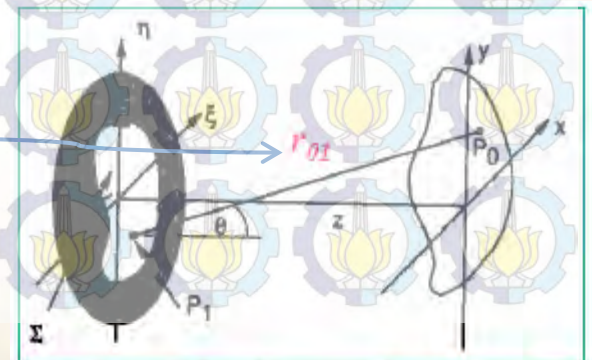
Classical



Diasumsikan set eksperimen, dimana ditentukan koordinat y dari celah tersebut. Kemudian vektor keadaan adalah keadaan posisinya. Partikel bergerak melalui celah dengan momentum direpresentasikan di komponen y , dengan nilai eigen momentum $P_y = P \sin \theta$

Dalam representasi posisi, momentum partikel dengan *nilai eigen* P_y (sama seperti *Amplitudo Gelombang Sferis*)

$$\langle y | p_y \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{i(p_y/\hbar)y}$$



Aperture (ξ, η)

Screen (x, y)

Probabilitas amplitudo terhambur dengan momentum P_y

Hub. Kelengkapan

$$\begin{aligned}\langle p_y | \psi \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \langle p_y | y \rangle \langle y | \psi \rangle dy \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(p_y/\hbar)y} \psi(y) dy\end{aligned}$$

Distribusi probabilitas

$$P(k_y) = |\langle k_y | \psi \rangle|^2 = \left(\frac{2}{\pi} a k_y^2 \right) \sin^2 \left(\frac{a k_y}{2} \right)$$

Sehingga,

$$P(\alpha) = \left(\frac{a}{2\pi} \right) \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

Suku Interferensi

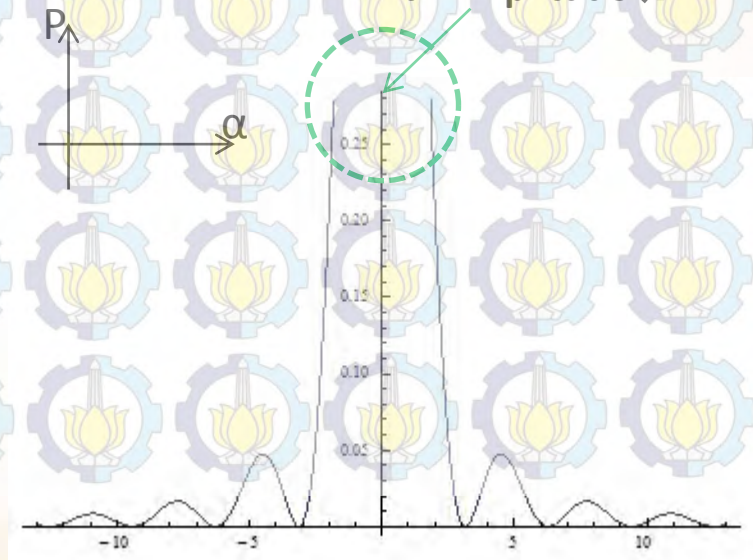
Hamburan 1 Celah dengan lebar tertentu

$$\begin{aligned}\psi(y) = \langle y | \psi \rangle &= \frac{1}{\sqrt{a}}, -a/2 \leq y \leq a/2 \\ &= 0, \text{ yang lain}\end{aligned}$$

Probabilitas amplitudonya

$$\begin{aligned}\langle p_y | \psi \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{-ip_y y/\hbar} dy \\ &= \left(\frac{i\hbar}{p_y} \sqrt{2\pi a} \right) (e^{-iap_y/2\hbar} - e^{iap_y/2\hbar}) \\ &= \frac{1}{p_y} 2\hbar \sin(ap_y/2\hbar) \sqrt{2\pi a}\end{aligned}$$

Nilai Amplitudo $\rightarrow \infty$



Hamburan 2 Celah dengan lebar tertentu

Diasumsikan kembali, partikel bergerak melalui kedua celah masing-masing dengan *lebar* a . Deskripsi ini lebih realistis untuk eksperimen 2 celah. Didefinisikan vektor keadaan

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle)$$

$$\langle y|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{a}}, y_1 - a/2 \leq y \leq y_1 + a/2$$

$$= 0, \text{ yang lain}$$

$$\langle y|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{a}}, y_2 - a/2 \leq y \leq y_2 + a/2$$

$$= 0, \text{ yang lain}$$

$$\langle p_y|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle p_y|\psi_1\rangle + \langle p_y|\psi_2\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} \left(\int_{y_1-a/2}^{y_1+a/2} e^{-ip_y y/\hbar} dy + \int_{y_2-a/2}^{y_2+a/2} e^{-ip_y y/\hbar} dy \right)$$

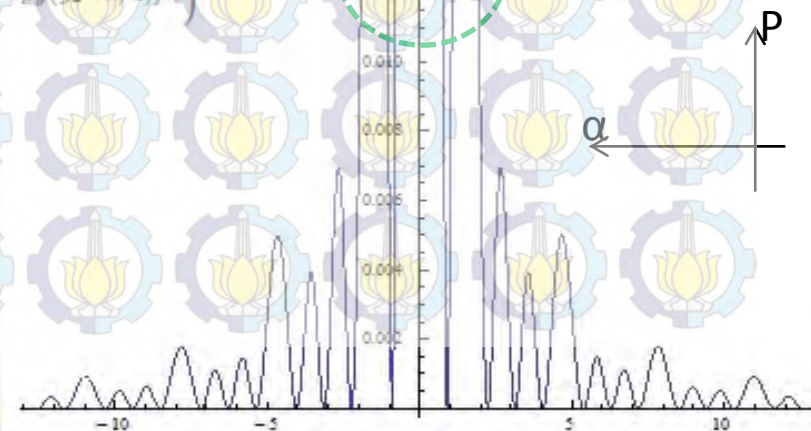
$$= \frac{i\hbar}{p_y \sqrt{2\pi a}} \left(e^{-ip_y(y_1+a/2)/\hbar} - e^{-ip_y(y_1-a/2)/\hbar} + e^{-ip_y(y_2+a/2)/\hbar} - e^{-ip_y(y_2-a/2)/\hbar} \right)$$

Nilai Amplitudo $\rightarrow \infty$

Distribusi probabilitas

$$P(p_y) = \frac{4\hbar^2}{\pi a p_y^2} (1 + \cos(p_y d/\hbar)) \sin^2(ap_y/2\hbar)$$

$$P(\phi) = \frac{2a}{\pi} \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2$$



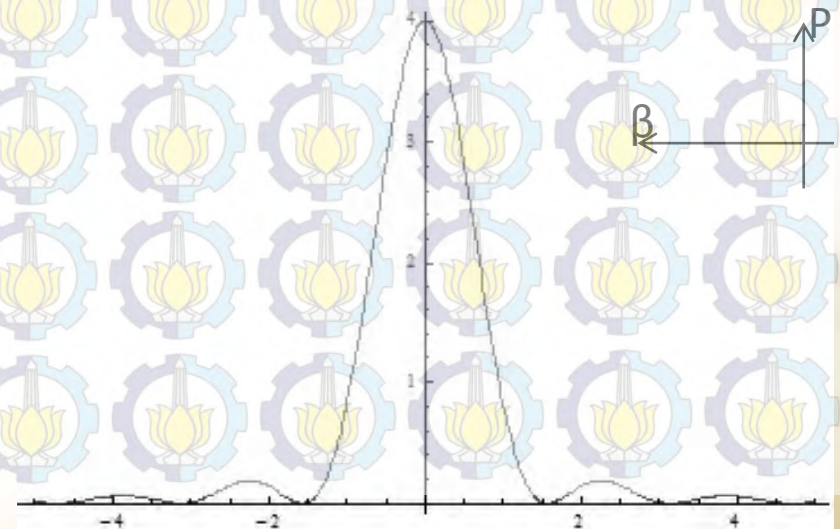
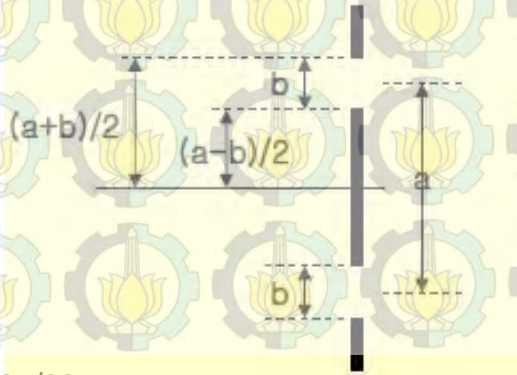
Hamburan 3 Celah

Baru

$$\begin{aligned}
 \langle p_y | \psi \rangle &= \sum_{j=1}^{N/2} \left(\int_{-(2j-1)(a+b)/2}^{-(2j-1)(a-b)/2} e^{iks \sin \theta} ds + \int_{(2j-1)(a-b)/2}^{(2j-1)(a+b)/2} e^{iks \sin \theta} ds \right) \\
 &= \int_{-(a+b)}^{-(a-b)} e^{iks \sin \theta} ds + \int_{(a-b)}^{(a+b)} e^{iks \sin \theta} ds \\
 &= \frac{4b}{2\beta} \sin(2\beta) \sin(2\alpha)
 \end{aligned}$$

$$P(\alpha, \beta) = 16b^2 \left(\frac{\sin(2\beta)}{2\beta} \right)^2 \sin^2(2\alpha)$$

Suku Interferensi



Hamburan 4 Celah

Baru

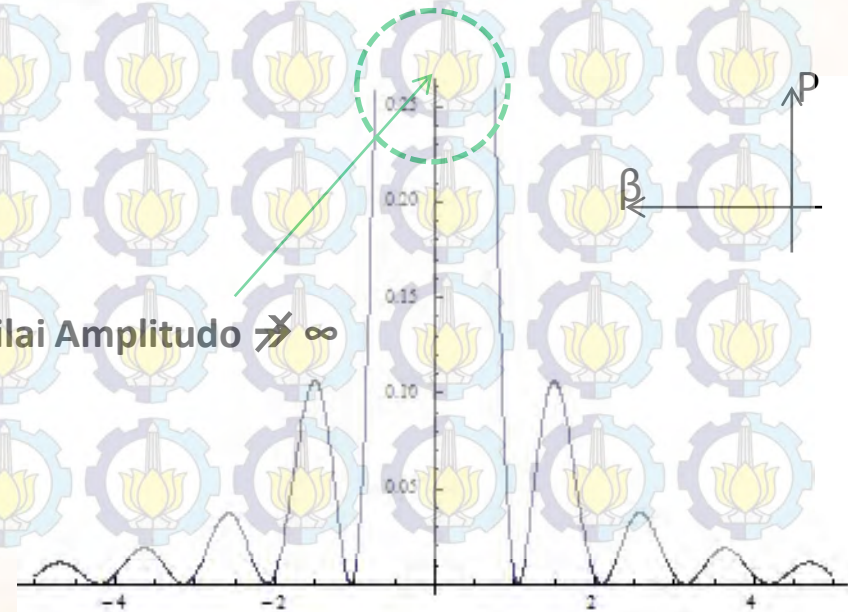
$$\langle p_y | \psi \rangle = \int_{-3/2(a+b)}^{-3/2(a-b)} e^{iks \sin \theta} ds + \int_{3/2(a-b)}^{3/2(a+b)} e^{iks \sin \theta} ds$$

$$= \frac{4b}{2\beta} \sin(3\beta) \sin(3\alpha)$$

$$P(\alpha, \beta) = 16b^2 \left(\frac{\sin(3\beta)}{2\beta} \right)^2 \sin^2(3\alpha)$$

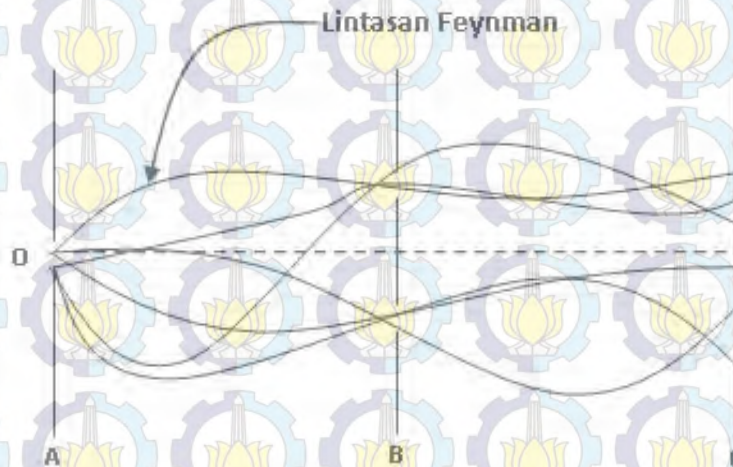
Suku Interferensi

Nilai Amplitudo $\rightarrow \infty$



Metode Feynman (1951)

1. Konsep mekanika kuantum mudah (**Integral Feynman**),
2. Bergantung dari jarak sumber dan/atau jarak antara celah, layar dan bergantung pada jumlah celah yang akan berpengaruh pada distribusi probabilitasnya,
3. Menggunakan Prinsip Superposisi dan diperoleh distribusi probabilitas atau yang dikenal disebut Intensitas sampai ke layar $I = P = |A_1 + A_2|^2$.



Konsep ini sangat menarik

Kedua metode

- Menganalisa alternatif lintasan/ perjalanan partikel yang mungkin dan Distribusi probabilitas partikel sebagai pembentuk pola interferensi
- Perbedaannya dari model matematika (sifat lebih fisis/lebih mudah dipahami)
- *Plot Intensitas tetap sama* sesuai dengan Metode Konvensional

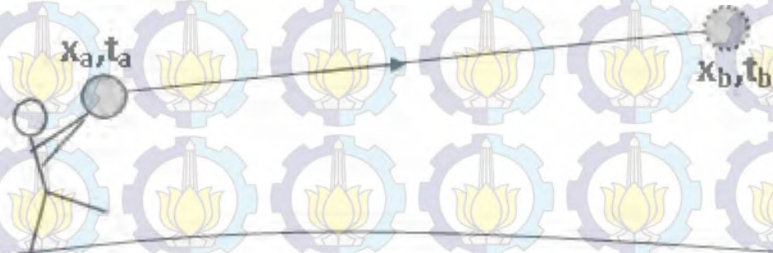
Mengapa ?

Dari kedua metode di atas,
dengan mempertimbangkan **kemudahan proses
perhitungan dan analisisnya, dipilih Metode Integral lintas Feynman**

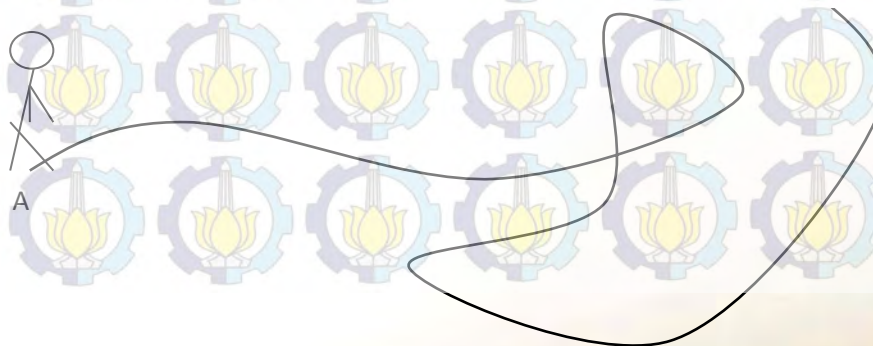
Adakah kelebihan ?

diambil contoh sederhana

Berdasarkan **mekanika klasik**, batu dilempar oleh si A secara horizontal (dalam satu dimensi) dari posisi awal x_a , waktu awal t_a ke posisi akhir x_b , waktu akhir t_b , dapat diilustrasikan seperti gambar



Bertolak belakang dengan konsep **mekanika kuantum** karena pergerakan partikel yang menjadi acuan dimana tidak dapat diinterpretasikan seperti ilustrasi di atas, karena konsep ini tidak dapat ditentukan secara pasti posisi awal, waktu awal dan posisi akhir, waktu akhir, hanya dapat memprediksikan serta menghitung *probabilitas* yang bergerak diantara posisi, waktu tersebut.



Sebagai contoh,
untuk menghitung probabilitas partikel bergerak dari (x_a, t_a) ke (x_b, t_b) memenuhi formulasi yang ekuivalen berdasarkan persamaan Schrodinger dan masih berhubungan dengan formulasi mekanika klasik

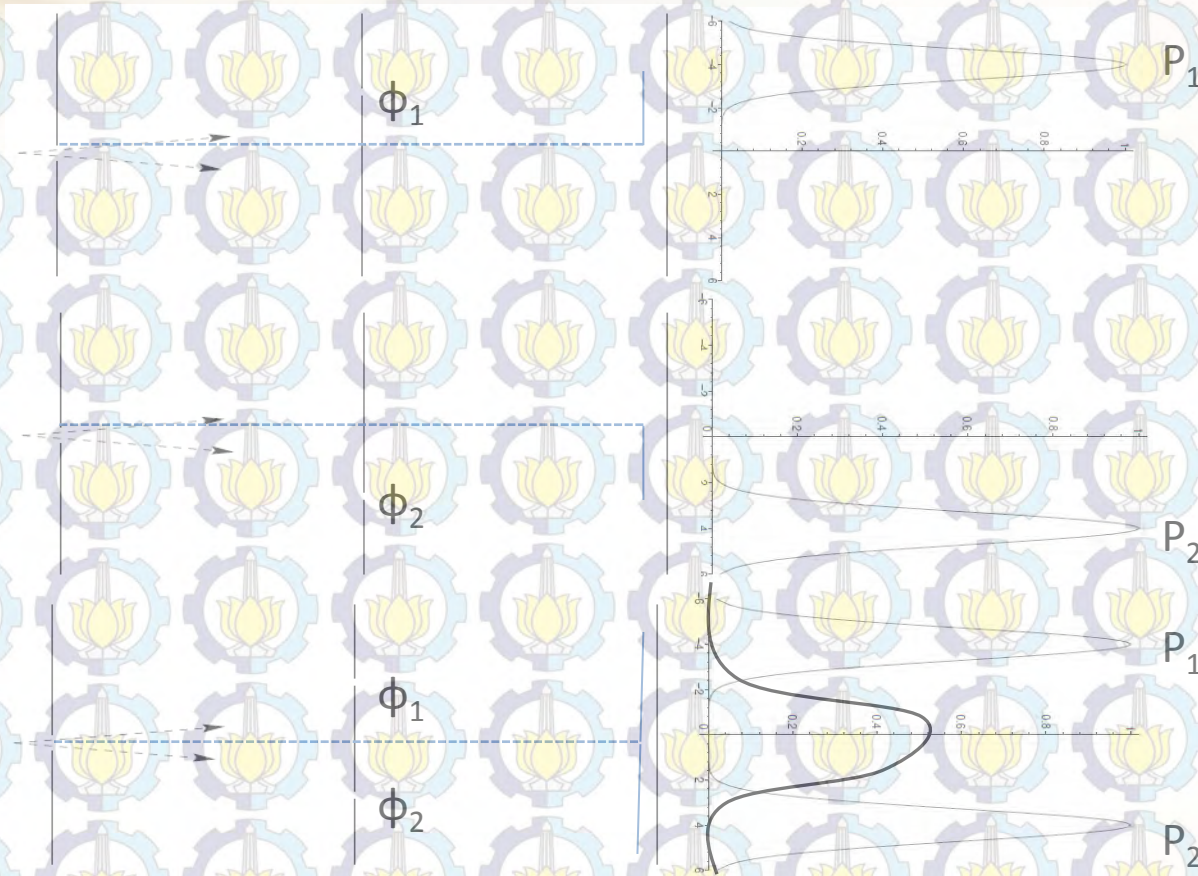
Untuk membuatnya lebih kuantitatif diberikan Lagrangian sistem L , selisih energi kinetik dan energi potensial

$$L[x(t), \dot{x}(t), t] = \frac{m}{2} \dot{x}(t)^2 - V[x(t), t]$$

diberikan ***prinsip Aksi (pendekatan klasik)***

$$S[x_b, t_b; x_a, t_a] = \int_{t_i}^{t_f} L[x(t), \dot{x}(t), t] dt$$

Ide Awal Feynman



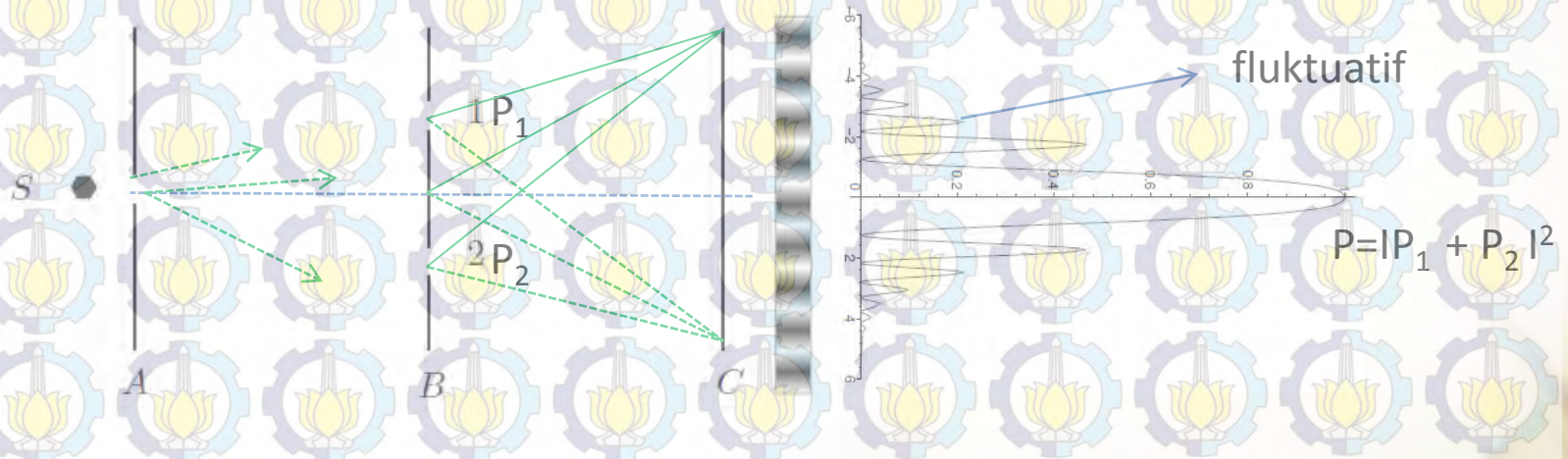
Asumsi ; partikel melintasi celah 1 dan 2

- Probabilitas kehadiran partikel pada x Vs. posisi x detektor
- Celah 1 dan 2 \rightarrow distribusi partikel $P = P_1 + P_2$

Namun ,

Kenyataan yang teramati (eksperimen) ***tidak demikian***

- Terdapat fluktuasi
- Fenomena trayektori partikel dari S menuju detektor (layar), dimana trayektori memiliki banyak (alternatif) lintasan, ada yang bergerak zig-zag diantara layar A dan B sebelum mencapai layar C.



Prinsip Superposisi

→ Jumlahan semua probabilitas yang mungkin untuk tiap lintasan yang berbeda.

Pemecahan masalah :

Konsep Lintasan (secara umum)

$$\sum e^{-ipx/\hbar}$$

Tiap satu lintasan $m - n$ mempunyai amplitudo dan mempunyai bobot

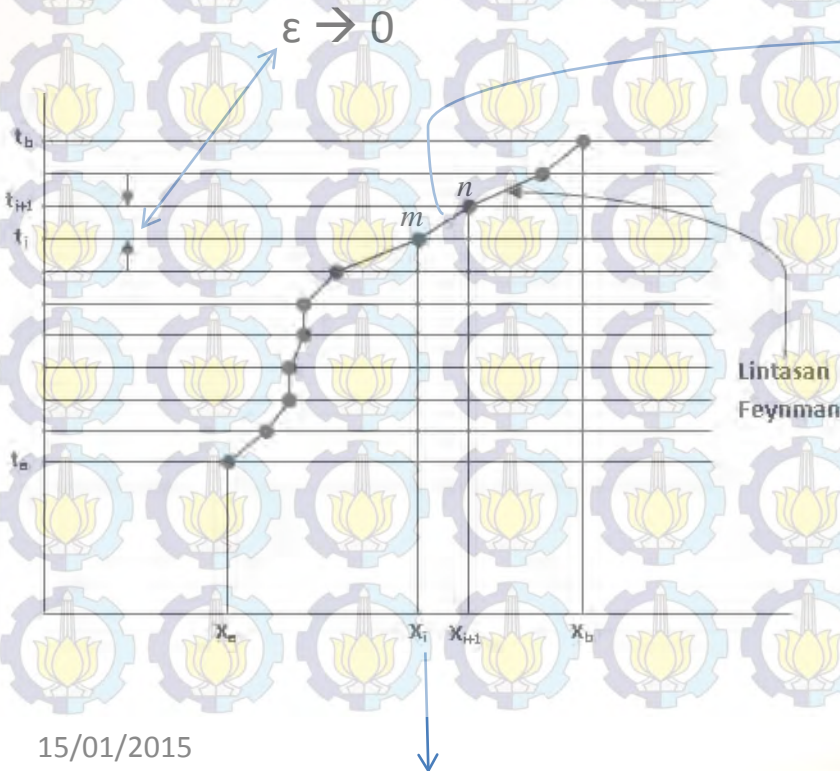
$$e^{\frac{i}{\hbar}S[x(t)]}$$

Pendekatan Feynman,

Amplitudo total merupakan jumlah kontribusi dari masing-masing lintasan $m - n$

$$K = \langle x_b, t_b | x_a, t_a \rangle = \text{const}$$

$$\sum_{\text{seluruh lintasan}} e^{\frac{i}{\hbar}S[x(t)]}$$



Untuk lintasan partikel yang bergerak dari x_a ke x_b , $\epsilon \rightarrow 0$
Amplitudo,

$$K = \int Dx(t) e^{ikS[x]}$$

Faktor fase,
Digunakan untuk apa ?

Integral yang merupakan fungsi trayektori antara titik awal dan titik akhir atau biasa didefinisikan sebagai ukuran lintasan

$$\int Dx(t) = \frac{1}{const} \int dx_1 \cdots \int dx_{i+1} \cdots \int dx_{n-1}$$

konsep lintasan klasik

x_a, t_a

x_b, t_b

Tidak dijamin ada, karena ketidakpastian posisi dan waktu partikel bergerak melintas

Dibatasi keadaan (jarak dari sumber ke celah dan dari celah ke layar)

Dari ilustrasi ini,
Dapat disimpulkan bahwa pergerakan batu diinterpretasikan sebagai aksi sebagai fungsi trayektori dari si A ke si B *secara kontinu* sehingga aksi ini didekati dengan metode lintasan Feynman

Dari prinsip Aksi di atas, diberikan jumlahan dari tiap aksi (*lintasan kecil m-n*)

Untuk satu lintasan dari posisi x_a ke x_b

$$S[x_b, t_b; x_a, t_a] = \sum_i \left\{ \frac{m (x_{i+1} - x_i)^2}{2\epsilon} - \epsilon V\left(\frac{x_{i+1} + x_i}{2}\right) \right\}$$

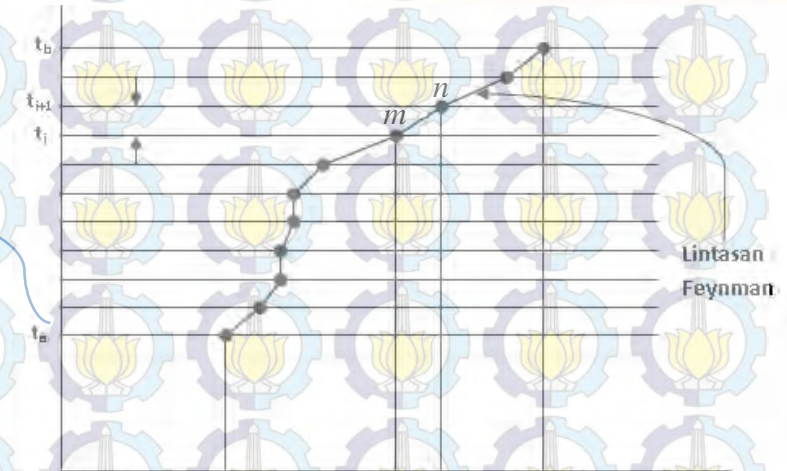
Seluruh alternatif lintasan dapat diartikan sebagai Amplitudo total (K) partikel bergerak

dari (x_a, t_a) ke (x_b, t_b) ,

Dalam konsep mekanika kuantum,

Amplitudo total (K),

Perkalian seluruh amplitudo dari masing-masing lintasan $m - n$



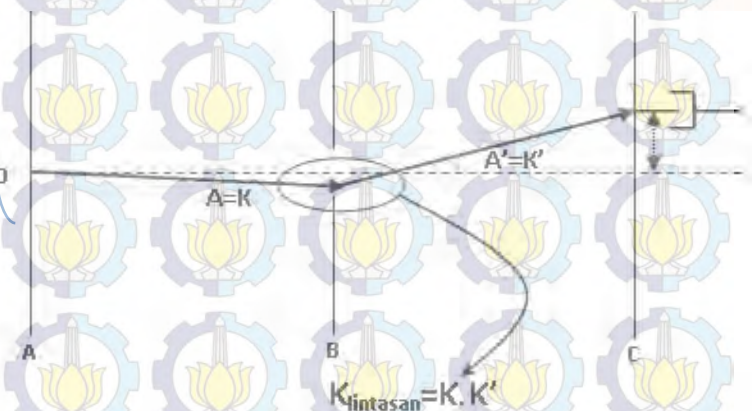
$$K \approx \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{const} \int \int \dots \int e^{\frac{i}{\hbar} S[x(t)]} \frac{dx_1}{const} \dots \frac{dx_{n-1}}{const}$$

Lintasan partikel pada eksperimen 1 celah

$$K(x_b, t_b; x_a, t_a)$$

$$\equiv K \cdot K'$$

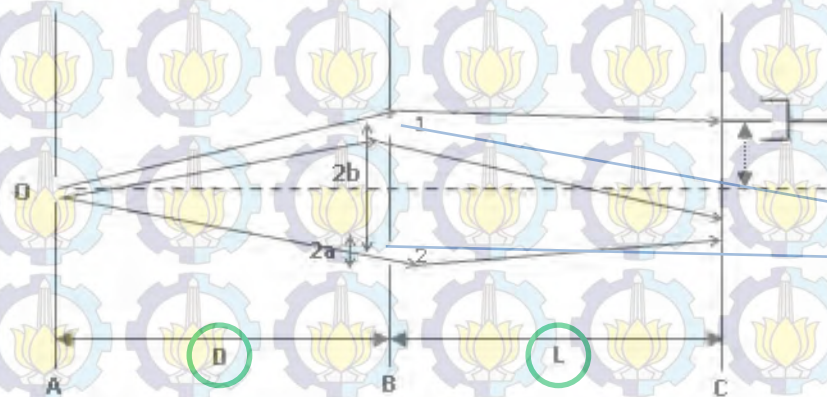
$$\equiv \lim_{\epsilon \rightarrow 0, n \rightarrow \infty} \frac{1}{(2i\pi\hbar\epsilon/m)^{1/2}} \int \frac{dx_1}{(2i\pi\hbar\epsilon/m)^{1/2}} \int \frac{dx_2}{(2i\pi\hbar\epsilon/m)^{1/2}} \dots \exp\left(\frac{i m (x_2 - x_1)^2}{2\epsilon}\right)$$



Dikarenakan *ukuran lintasan partikel tidak dapat diketahui secara pasti*, posisi awal dan akhir, dengan kata lain, tidak dapat diketahui ketika partikel bergerak melalui celah.

solusinya

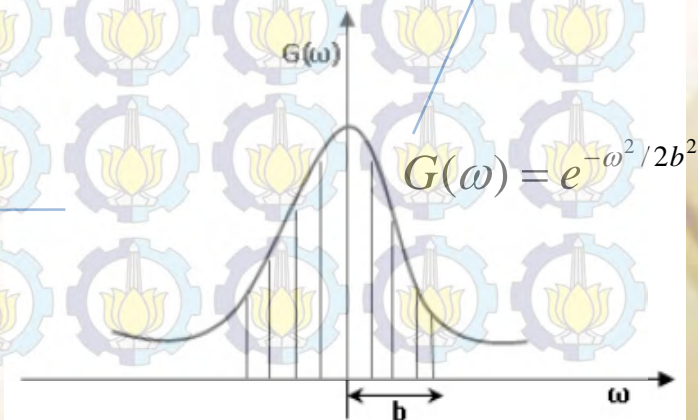
Diberikan *batasan jarak* dari sumber ke celah dan dari celah ke layar seperti set eksperimen

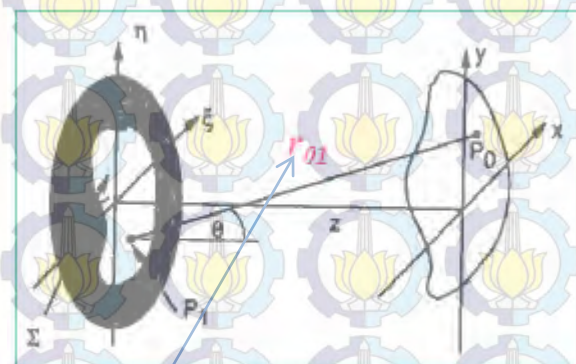
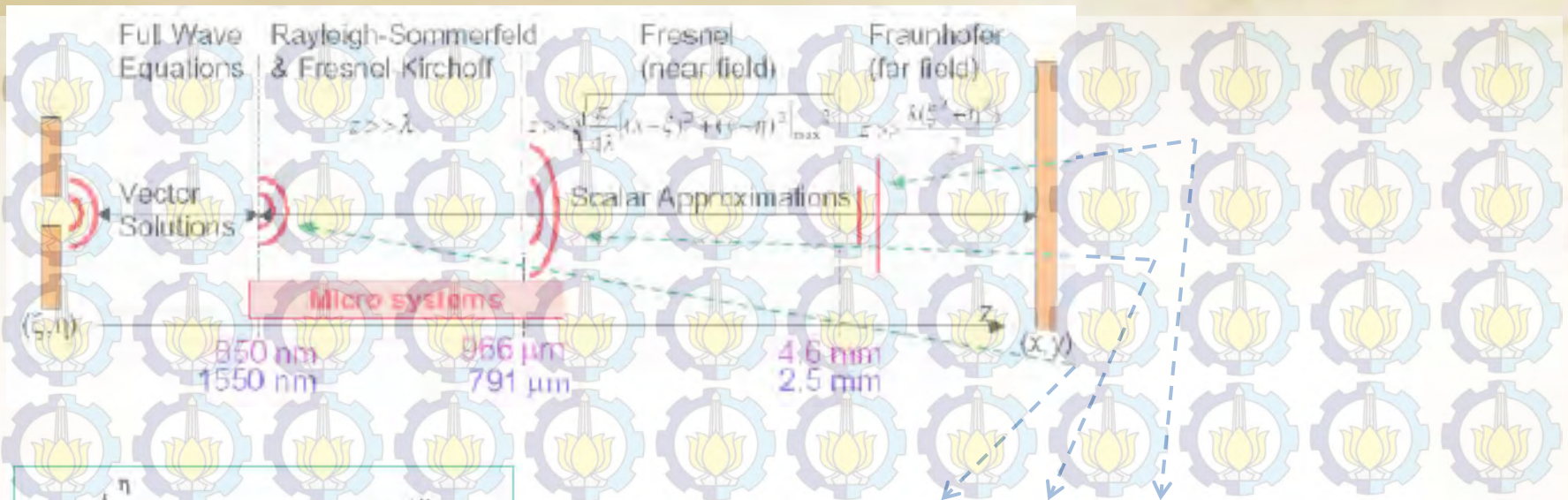


Difraksi pada celah 1 dan 2

Amplitudo transisi partikel bergerak dari titik $O = (x, y, z) = (0, 0, 0)$ saat waktu $t = 0$, melalui 2 celah di posisi $(w, z = D)$, $-b < w < b$ saat waktu $t = T$ dan tiba (layar C) di posisi $(x, z = L+D)$ saat waktu $t = T + \tau$

$$K \equiv \int_{-\infty}^{\infty} d\omega G_{[-b,b]}(\omega) K_{T+\tau,D} K_{T+\tau,L}$$





Dengan pendekatan ini, pers. Amplitudo dikondisikan seperti pada keadaan Interferensi (**apertur persegi**) berikut

$$U_P = \frac{-ikU_0}{2\pi z z'} e^{ik|PS|} \int_A \exp\left\{ \frac{ik}{2z} [(x_0 - x_m)^2 + (y_0 - y_m)^2] \right\} d\mathbf{s}$$

Asumsi Z (propagasi) $\rightarrow \infty$, $x_m = x = 0$ dan $y_m = y = 0$

$$U_P = B \int_{x_1}^{x_2} \exp\left(\frac{i\pi u^2}{2}\right) dx_0 \int_{y_1}^{y_2} \exp\left(\frac{i\pi v^2}{2}\right) dy_0$$

(integral Fresnel kompleks)

dimana $u^2 = kx_0^2/(\pi z)$, $v^2 = ky_0^2/(\pi z)$

Kemudian secara eksplisit diberikan

$$K_{L+D,T+\tau} = \frac{e^{i\frac{mD^2}{2\hbar T}}}{\sqrt{2i\pi\hbar T/m}} \frac{e^{i\frac{mL^2}{2\hbar\tau}}}{\sqrt{2i\pi\hbar\tau/m}} \int_{b-a}^{b+a} dw \frac{e^{i\frac{m(x-w)^2}{2\hbar\tau}}}{\sqrt{2i\pi\hbar\tau/m}} \frac{e^{i\frac{mw^2}{2\hbar T}}}{\sqrt{2i\pi\hbar T/m}}$$

Lebih lanjut disederhanakan

$$\exp\left\{\frac{m(x-w)^2}{2\hbar\tau} + \frac{mw^2}{2\hbar T}\right\} = e^{2\pi}$$

$$\begin{aligned} A_1(x; a, b) &= \frac{e^{i\frac{mx^2}{2\hbar(T+\tau)}}}{\sqrt{2i\pi\hbar(T+\tau)/m}} \int_{b-a}^{b+a} dw \sqrt{\frac{T+\tau}{2i\pi\hbar T\tau/m}} \\ &\quad \exp\left\{i\left(\frac{T+\tau}{2\hbar T\tau/m}\right)\left(w - \frac{x}{1+\tau/T}\right)^2\right\} \\ &= \frac{e^{i\frac{mx^2}{2\hbar(T+\tau)}}}{\sqrt{(2i)^2\pi\hbar(T+\tau)/m}} \int_{a^{(1)}}^{a^{(2)}} dw' \exp\left(\frac{i\pi}{2}w'^2\right) \end{aligned}$$

$$C[\pm u] \cong \pm \frac{1}{2} + \frac{i}{2\pi u} \left(e^{\frac{i\pi u^2}{2}} - e^{-\frac{i\pi u^2}{2}} \right)$$

$$\cong \pm \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi u} \sin \frac{\pi u^2}{2}, u \rightarrow \infty$$

$$S[\pm u] \cong \pm \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi u} \left(e^{\frac{i\pi u^2}{2}} + e^{-\frac{i\pi u^2}{2}} \right)$$

$$\cong \pm \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi u} \cos \frac{\pi u^2}{2}, u \rightarrow \infty$$

tersusun atas

bagian riil dan imajiner (***integral Fresnel kompleks***)

$$C[u] \equiv \int_0^u dw \cos\left(\frac{\pi w^2}{2}\right)$$

$$S[u] \equiv \int_0^u dw \sin\left(\frac{\pi w^2}{2}\right)$$

Kemudian didapatkan ekspresi analitik untuk amplitudo

$$A_1(x; a, -b) = A_2(x; a, b) = \frac{e^{i \frac{\pi x^2}{2b(L+\tau)}}}{\sqrt{(2i)^2 \pi \hbar (T + \tau) / m}} \times \\ (C[\alpha_+(x; a, b)] - C[\alpha_-(x; a, b)] + iS[\alpha_+(x; a, b)] - iS[\alpha_-(x; a, b)])$$

Sehingga didapatkan Distribusi probabilitas untuk 1 celah

$$P(x; a) = |A_1(x; a, b)|^2 \\ = \frac{1}{2\lambda(L + D)} \\ ([C(\alpha_+(x; a, b)) + C(\alpha_-(x; a, b))]^2 + [S(\alpha_+(x; a, b)) + S(\alpha_-(x; a, b))]^2)$$

Dari pendekatan Fresnel di substitusikan ke formula Probabilitas ;

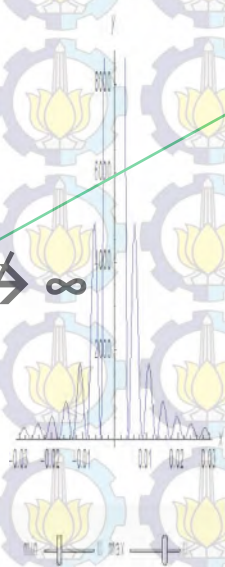
$$C(\alpha_+(x; a, b)) + C(\alpha_-(x; a, b)) \approx \frac{1}{\pi \alpha(x; a)} \sin\left(\frac{\pi \alpha(x; a)^2}{2}\right) \\ + \frac{1}{\pi \alpha(x; -a)} \sin\left(\frac{\pi \alpha(x; -a)^2}{2}\right) \\ S(\alpha_+(x; a, b)) + S(\alpha_-(x; a, b)) \approx \frac{1}{\pi \alpha(x; a)} \cos\left(\frac{\pi \alpha(x; a)^2}{2}\right) \\ - \frac{1}{\pi \alpha(x; -a)} \cos\left(\frac{\pi \alpha(x; -a)^2}{2}\right)$$

Kemudian menggunakan parameter $\eta \equiv 1 + L/D$ dan $\gamma = \eta - 1$ maka diperoleh Distribusi probabilitas untuk 1 Celah

$$P(1\text{Slit})(x) \simeq \frac{2\gamma}{\pi^2 \eta^2} \left(\frac{a^2}{(\frac{x^2}{\eta^2} - a^2)^2} + \frac{1}{\frac{x^2}{\eta^2} - a^2} \sin^2 \left(\pi N_F(a) \frac{x}{a} \right) \right)$$

$\lambda_{\text{de Broglie}} = 3,9 \cdot 10^{-9} \text{ m}, N_F = 0,01, a = 0,44 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Nilai Amplitudo $\rightarrow \infty$



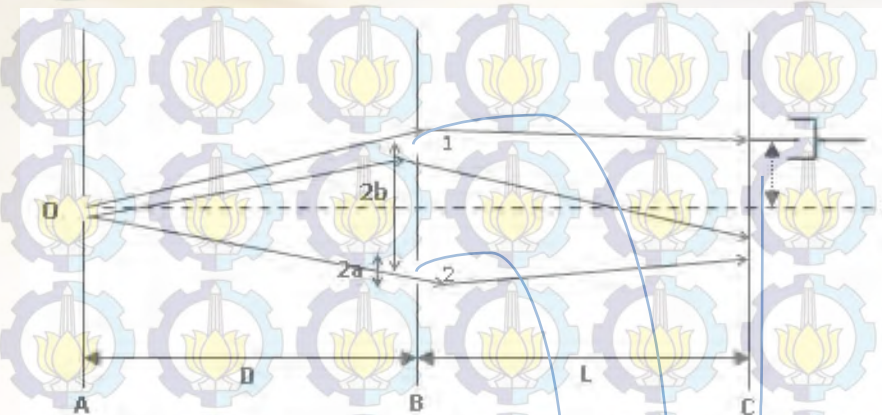
dimana $N_F(a) = W/\lambda L$ adalah bilangan Fresnel.

$N_F \ll 1 \rightarrow \text{Fraunhofer}$

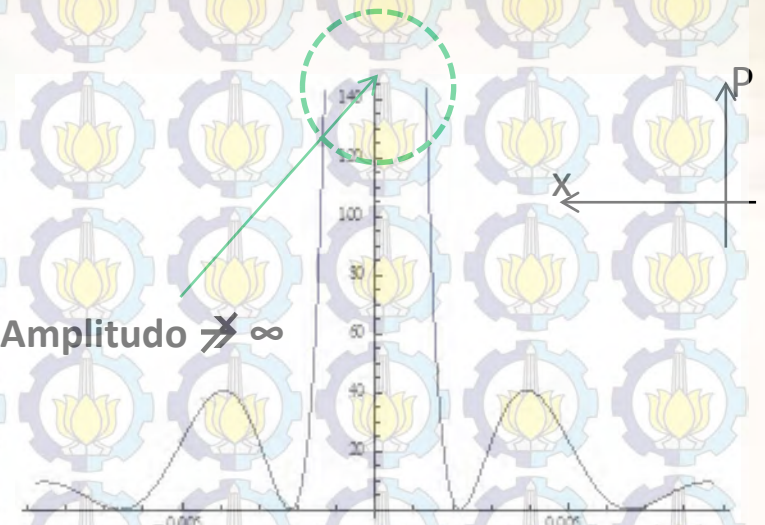
$N_F \gg 1 \rightarrow \text{Fresnel}$

\rightarrow **Kebergantungan L**

Distribusi Probabilitas untuk 2 Celah



Nilai Amplitudo $\nrightarrow \infty$

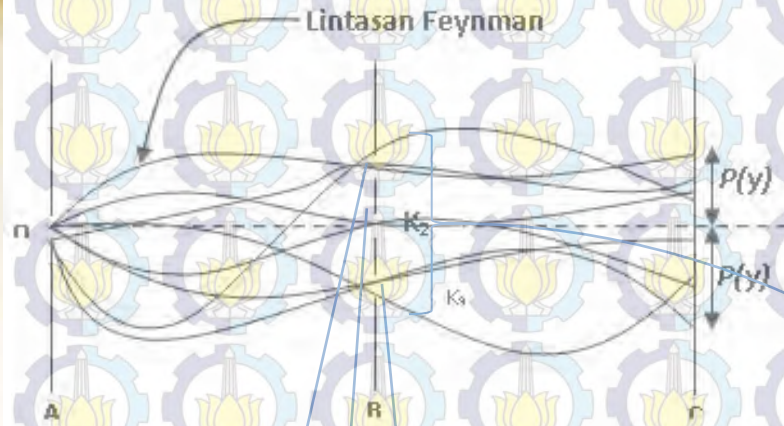


$$\begin{aligned}
 P &= |A|^2 = |A_1 + A_2|^2 \\
 &= |A_1|^2 + |A_2|^2 + (A_1 A_2^* + A_2 A_1^*) \\
 &= P_1 + P_2 + I_{12} \\
 &= \frac{1}{2\lambda L \eta} \left([(C(\alpha_+) + C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) + S(\alpha_-))^2]_1 \right. \\
 &\quad \left. + [(C(\alpha_+) + C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) + S(\alpha_-))^2]_2 \right. \\
 &\quad \left. + 2 [(C(\alpha_+) + C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) + S(\alpha_-))^2]_{12} \right) \\
 &= \frac{16}{\pi^2} \frac{1}{N_F \eta \left(1 - \frac{x}{a\eta}\right)^2} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} N_F \eta \left(1 - \frac{x}{a\eta}\right)^2 \right)
 \end{aligned}$$

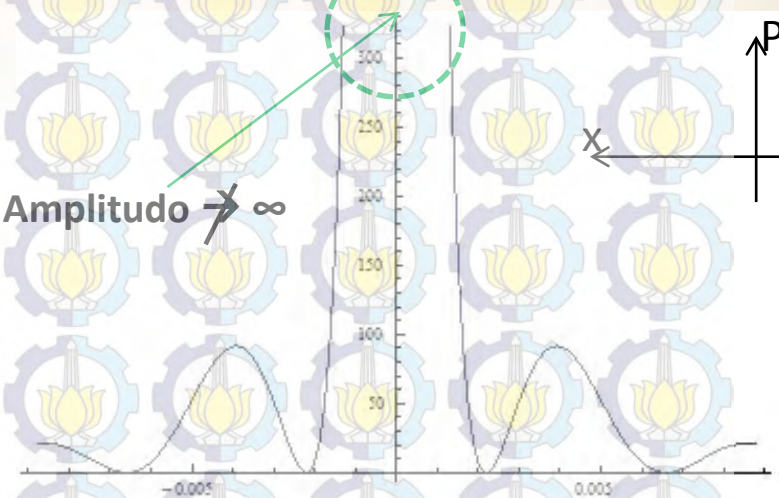
suku Difraksi

suku Interferensi

Distribusi Probabilitas untuk 3 Celah

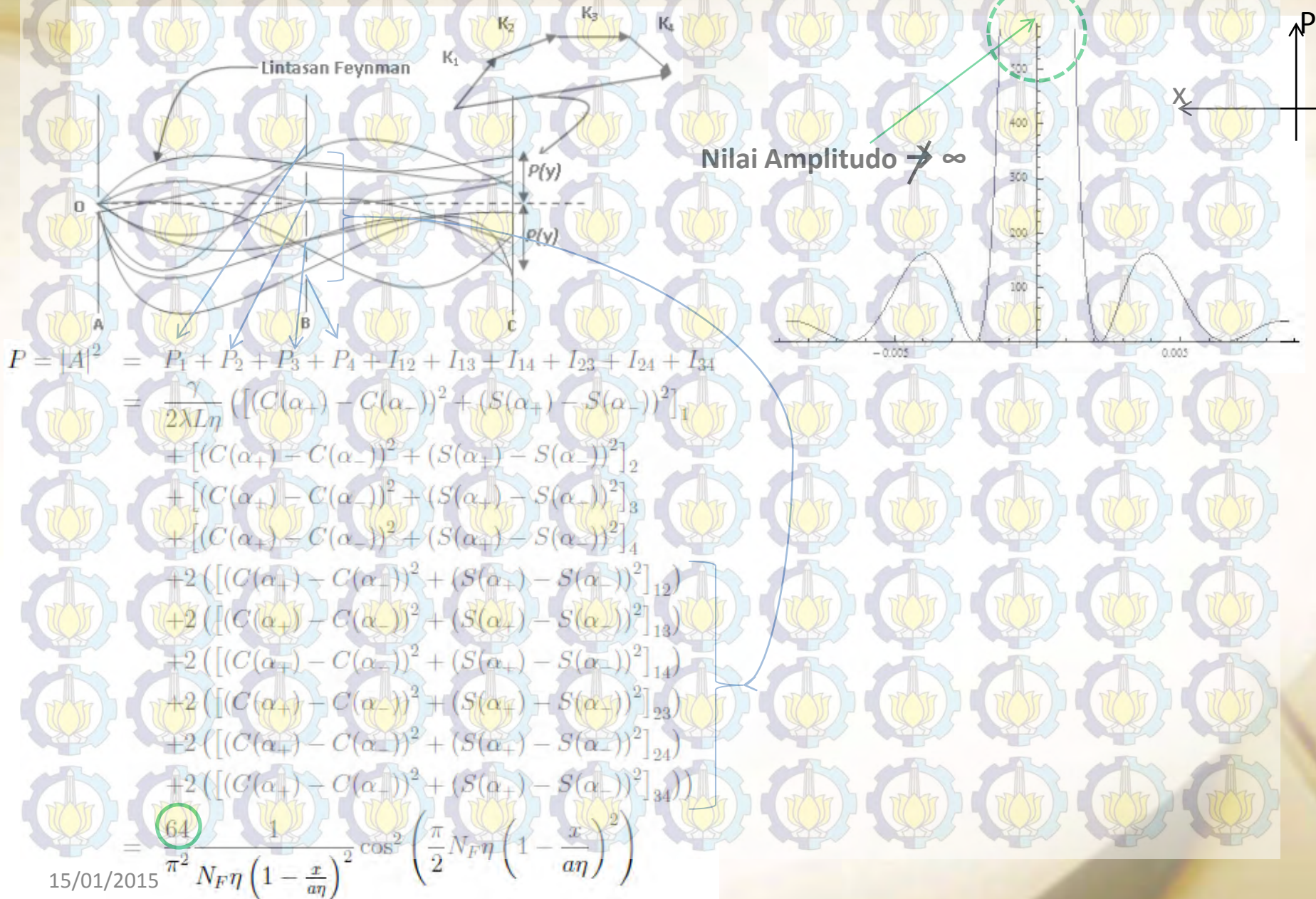


Nilai Amplitudo $\rightarrow \infty$



$$\begin{aligned}
 P = |A|^2 &= |A_1 + A_2 + A_3|^2 \\
 &= |A_1|^2 + |A_2|^2 + |A_3|^2 + (A_1 A_2^* + A_2 A_1^*) \\
 &\quad + (A_1 A_3^* + A_3 A_1^*) + (A_2 A_3^* + A_3 A_2^*) \\
 &= P_1 + P_2 + P_3 + I_{12} + I_{13} + I_{23} \\
 &= \frac{\gamma}{2\lambda L \eta} \left([(C(\alpha_+) + C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) + S(\alpha_-))^2]_1 \right. \\
 &\quad + [(C(\alpha_+) + C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) + S(\alpha_-))^2]_2 \\
 &\quad + [(C(\alpha_+) + C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) + S(\alpha_-))^2]_3 \\
 &\quad + 2 \left([(C(\alpha_+) + C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) + S(\alpha_-))^2]_{12} \right) \\
 &\quad + 2 \left([(C(\alpha_+) + C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) + S(\alpha_-))^2]_{13} \right) \\
 &\quad \left. + 2 \left([(C(\alpha_+) + C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) + S(\alpha_-))^2]_{23} \right) \right) \\
 &= \frac{36}{\pi^2} \frac{1}{N_F \eta \left(1 - \frac{x}{a\eta} \right)^2} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} N_F \eta \left(1 - \frac{x}{a\eta} \right)^2 \right)
 \end{aligned}$$

Distribusi Probabilitas untuk 4 Celah



Mengapa dipilih Metode Feynman?

Konvensional

$\langle p_y | \psi \rangle$

Penambahan celah

Variasi Jarak antar Celah

$$\sum_{j=1}^{N/2} \left(\int_{-(2j-1)(a+b)/2}^{-(2j-1)(a-b)/2} e^{iks \sin \theta} ds + \int_{(2j-1)(a-b)/2}^{(2j-1)(a+b)/2} e^{iks \sin \theta} ds \right)$$

Bergantung jarak antar celah

Tidak Langsung diketahui Suku Difraksi & Suku Interferensi

Langsung diketahui Suku Difraksi & Suku Interferensi

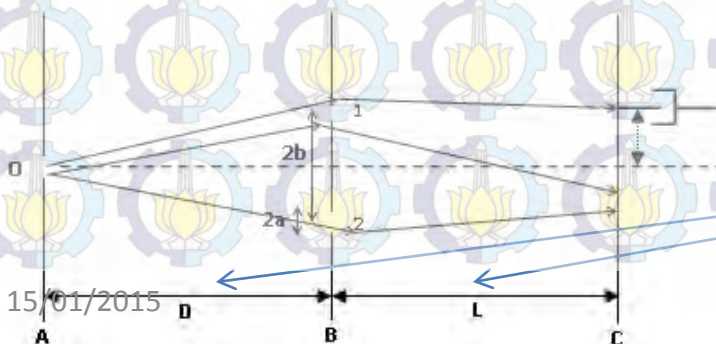
Tidak bergantung Jarak antar Celah

Feynman

$$P = |A|^2 = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + I_{12} + I_{13} + I_{14} + I_{23} + I_{24} + I_{34} + \dots + I_c + \dots + P_N$$

Bergantung jarak dari celah ke layar

penambahan celah



Hasil dan Pembahasan

Metode Konvensional

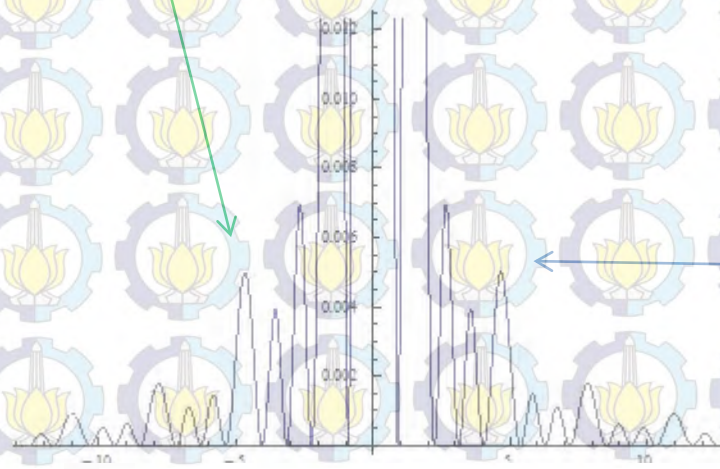
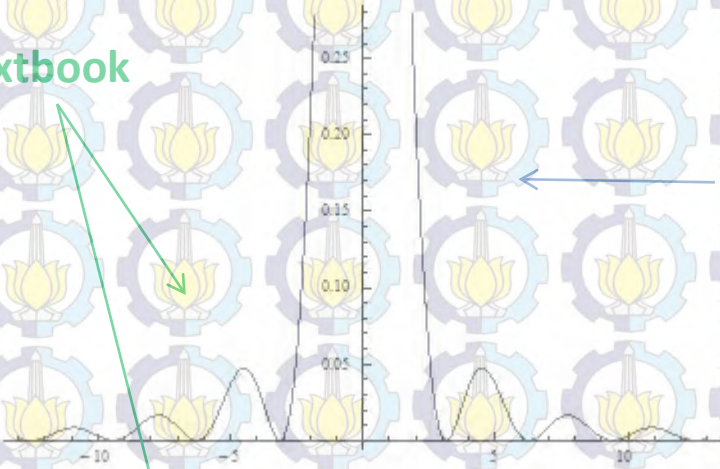
Metode Feynman

Textbook

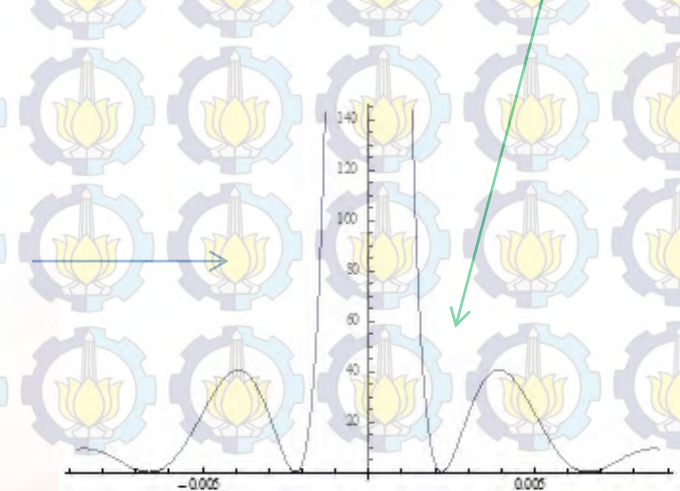
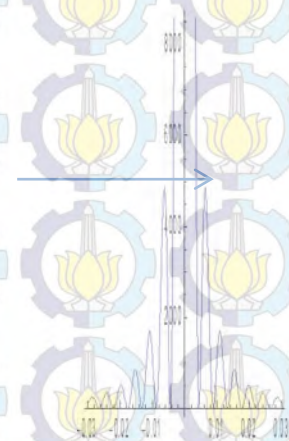
M. Beau, 2012

1 Celah

2 Celah



15/01/2015



Metode Konvensional

Metode Feynman

Textbook

3 Celah

A.Sinha, et all, 2014

4 Celah

Pengembangan

Kesimpulan

1. Metode lintasan Feynman bermakna *lebih fisis/ mudah dipahami* daripada metode Konvensional karena tinjauan lintasan pada metode Feynman adalah *non-klasik* (partikel bebas dalam ruang) sedangkan lintasan pada metode Konvensional lebih *klasik* dibatasi posisi awal, waktu awal sampai posisi akhir, waktu akhir;
2. Jika nilai N_F pada persamaan distribusi probabilitas *diabaikan/ tidak dihitung/ dibuat tetap*, maka representasi grafik yang muncul dari metode Feynman yaitu pada *nilai Amplitudo* dari titik pusat (terang), titik ke-dua (gelap) dan seterusnya *selalu sama*;
3. Jika nilai N_F pada persamaan distribusi probabilitas *berubah-ubah*, maka representasi grafik yang muncul dari metode Feynman yaitu *fluktuaktif* (*nilai Amplitudo tidak sama*) dari titik pusat (terang), titik ke-dua (gelap) dan seterusnya;
4. Semakin *kecil lebar celah*, maka semakin *besar lebar penyebarannya* ($x=\lambda/W$);
5. Semakin *banyak jumlah celah*, maka semakin *besar nilai Amplitudonya* di titik pusat (terang).



Terima Kasih